

A calculadora e a aprendizagem da Matemática nos primeiros anos

I. Construir conceitos matemáticos

Exploração de sequências aritméticas e os múltiplos de um número ou as *tabuadas que não acabam no dez...*

Conhecer e reconhecer sequências numéricas é uma capacidade muito importante que pode ter várias aplicações. A calculadora permite trabalhar de forma simples com sequências numéricas em que um número é obtido a partir de outro por adição de uma parcela constante — tal como acontece nas tabuadas que os alunos têm vantagem em conhecer bem. Gerar na calculadora as sequências associadas às tabuadas permite que os alunos as reconheçam e interiorizem com significado — e que não acabam no “dez vezes ...”. Este trabalho facilita ainda o estabelecimento de relações entre as diferentes tabuadas e uma abordagem às propriedades das operações.

1. Gere na calculadora a sequência de números que se obtém quando se soma consecutivamente o número 3 — e que se chama a sequência dos múltiplos de 3.
2. Faça agora o mesmo com outros números à sua escolha.
3. Registe os dez primeiros números que obténs quando geras os múltiplos de 3, os de 4 e os de 7. O que observa?
4. Repita o que fez em 3 mas agora com os números 2, 6 e 8. O que observa?
5. Do que observou em 3 e 4, pode formular alguma conjectura? Qual? Porque acontece?

Exploração de sequências geométricas e crescimento exponencial

As sequências numéricas que se obtém através da multiplicação sucessiva do mesmo número são muito importantes e relacionam-se com outros conceitos, nomeadamente com o de potência. A calculadora permite gerar também este tipo de sequência, fixando-se o factor multiplicativo. A observação dos números gerados pela calculadora permite que os alunos se apercebam de como elas aumentam rapidamente (quando o factor é maior que um), tanto que por vezes até custa a acreditar. Será interessante explorar problemas em que os alunos possam ter consciência da ordem de grandeza dos números envolvidos.

1. A distância da Terra à Lua é de aproximadamente 380 000 km. Quantas vezes será necessário dobrar ao meio uma folha de papel para chegarmos à Lua? (Temos de imaginar uma folha de papel tão grande quanto o necessário para fazer todas as dobragens...) Que número de dobragens prevê que será necessário? Use a calculadora para testar a sua estimativa...
2. O João descobriu um site com mapas de todo o mundo, munido de uma opção de zoom que amplia a imagem para o triplo de cada vez que clica no rato. Ao fim de quantos cliques verá o João a imagem inicial ampliada de, pelo menos, cem vezes?

II. Explorar propriedades e relações numéricas

Quanto vale um número à esquerda da vírgula? E à direita?

Esta tarefa permite aos alunos investigar a grandeza das diferentes ordens dos números. Cada aluno pode fazer experiências a partir dos números da sua escolha, ou o professor poderá propor os mesmos números para serem investigados por toda a turma. O registo escrito sistemático dos resultados obtidos, quer dos números, quer das respectivas diferenças, é muito importante para poder observar o que acontece e retirar conclusões. A construção de uma tabela para cada um dos casos (acrescentar algarismo à esquerda e acrescentar algarismo à direita) pode oferecer uma representação adequada das experiências realizadas.

1. Escreva um número que goste com três algarismos, por exemplo, o número 123. Escreva agora outro número, acrescentando um algarismo à esquerda de 123 (por exemplo, 5123). Compare estes dois números, fazendo a sua diferença. O número maior, quanto é a mais que o número menor? E se acrescentar dois algarismos, a grandeza do número altera-se muito?
2. Escreva um número que goste com três casas decimais, por exemplo, o número 0,123. Escreva agora outro número, acrescentando um algarismo à direita de 123 (por exemplo, 0,1235). Compare estes dois números, fazendo a sua diferença. O número maior, quanto é a mais que o número menor? E se acrescentar dois algarismos, a grandeza do número altera-se muito?
3. Compare os resultados que obteve em 1 e em 2 e discuta o efeito de acrescentar um algarismo à esquerda ou à direita na ordem de grandeza desse número.

A densidade dos racionais

A calculadora permite desenvolver a sensibilidade e consciência dos alunos para uma propriedade dos racionais da qual têm geralmente dificuldade em se apropriar: entre dois números racionais, existe sempre um outro.

O jogo designado por “Cada vez mais próximo” é um jogo para dois jogadores, cada um com uma calculadora. Cada jogador escolhe um número que introduz na máquina e dá conhecimento ao adversário. Por exemplo, o jogador A introduz 3,5 e o jogador B escolhe 5. Nas jogadas seguintes cada jogador deve aproximar-se do número que o outro tem no visor da sua máquina, mas de modo a que o resultado não atinja o registado na máquina do outro. As operações permitidas são a adição e a subtração. Neste caso, na segunda jogada o jogador A pode, por exemplo adicionar 0,2 a 3,5 (o número que registou inicialmente na sua máquina), pois o resultado (3,7) é inferior a 5 (o número que o jogador B escolheu para ponto de partida). Na sequência, o jogador B pode, por exemplo, subtrair 0,3 a 5 pois o resultado (4,7) não atinge 3,7 (o número que na altura o jogador A tem na sua máquina). O processo repete-se até que um dos jogadores atinja ou ultrapasse o número registado na máquina do parceiro, caso em que se considera que perdeu o jogo.

Compreender a divisão

Ao pedir à calculadora que determine 92 a dividir por 24, ela devolve 3.833 (arredondado a 3 casas decimais) e isto obriga a estabelecer relações entre os diferentes números envolvidos na operação, pois há que saber interpretar o significado de 3.833. Por exemplo, se estivermos a dividir equitativamente 92 balões por 24 alunos da turma, a parte decimal deste número - 0.833 - representa a porção de balão que cada aluno receberia a mais para além de 3, caso esta divisão tivesse lugar... Calcular o resto da divisão inteira tem, neste contexto, todo o sentido — numa situação que é simultaneamente suscitada e apoiada pela calculadora, pois esta pode ser directamente usada para o determinar...

1. A professora tem 92 balões para distribuir pelos 24 alunos da turma. Com quantos ficará cada um? Sobrarão alguns?
2. O Pedro tem 167 selos que quer arrumar em bolsas próprias, cada uma leva 36 selos. Quantas bolsas precisa comprar? Ainda fica com espaço livre? Para quantos selos mais?
3. A Ana foi para o quinto ano e decidiu usar dossiê. São 9 as disciplinas em que vai usar folhas pautadas. Comprou dois pacotes de 100 folhas A4 e decidiu distribuí-las igualmente pelas diferentes disciplinas. Conseguiu? Como ficou o dossiê? Sobraram folhas?
4. Na escola da Rita conseguiram, ao fim de três meses e com a ajuda de todos, juntar 1673 tampas de plástico. Agora precisam de as arrumar e lembraram-se de as colocar em garrações de plástico de cinco litros. Encheram um e contaram as tampas que lá couberam, precisamente 303. Quantos garrações serão necessários para guardar todas as tampas? O garração que não fica cheio, ficará mais cheio ou mais vazio? Quantas tampas exactamente guardará?

Multiplicar e dividir por 10; 100; 1000; 0,1; 0,01; 0,001...

Relacionar a multiplicação e a divisão por dez e seus múltiplos e sub-múltiplos pode ser auxiliado pela observação das regularidades do que acontece quando se realiza um número significativo de cálculos. É importante registar por escrito de forma sistemática para que a comparação possa ser facilitada. Uma forma eficaz é organizar uma tabela para a multiplicação e outra para a divisão dos mesmos números registados linha a linha. É importante também, depois de observadas as regularidades, compreender porque funcionam (mas isso já não compete à calculadora...)

1. Escreva um número que goste com três algarismos, por exemplo, o número 567. Multiplique-o por 10, por 100, por 1000 e também por 0,1, 0,01 e 0,001. Registe os produtos obtidos.
2. Ainda para o mesmo número, faça agora divisões por 10, por 100, por 1000 e também por 0,1, 0,01 e 0,001. Registe os resultados obtidos.
3. Compare os resultados que obteve em 1 e em 2. Identifica algumas semelhanças? Quais?
4. Será que as regularidades encontradas se verificam para outros números? Faça várias experiências, usando números inteiros e não inteiros, de várias ordens de grandeza. O que acontece?
5. Explique porque razões se verificam as regularidades que descobriu.

Relacionar a multiplicação e a divisão

Os alunos tendem a pensar que a multiplicar aumenta e dividir diminui — um legado que trazem dos números naturais mas que não se aplica nos racionais. A calculadora permite desfazer esta ideia errónea através da observação intencional do que acontece com a multiplicação de números diversos, incluindo números maiores e menores que um. Em particular é importante avaliar o que acontece com números mais usados no dia-a-dia e estabelecer relações entre a multiplicação e a divisão.

1. O que se obtém se se multiplicar um número por 0,5? Escolha números variados e registe os resultados (pode construir uma tabela). Como se relaciona o produto com o número inicial? Consegue determinar o resultado da multiplicação de um número por 0,5 de uma forma mais simples?
2. O que se obtém se se multiplicar um número por 0,25? Escolha números variados e registe os resultados (pode construir uma tabela). Como se relaciona o produto com o número inicial? Consegue determinar o resultado da multiplicação de um número por 0,25 de uma forma mais simples?
3. O que se obtém se se multiplicar um número por 1,5? Escolha números variados e registe os resultados (pode construir uma tabela). Como se relaciona o produto com o número inicial? Consegue determinar o resultado da multiplicação de um número por 1,5 de uma forma mais simples?
4. O que se obtém se se dividir um número por 5? Escolha números variados e registe os resultados. Como se relaciona o resultado com o número inicial? Consegue determinar o resultado da divisão de um número por 5 de uma forma mais simples?

Relacionar fracções e números decimais

As representações fraccionárias e decimais dos números racionais estão directamente relacionadas e devem ser exploradas e utilizadas com fluência. Com a calculadora, os alunos podem familiarizar-se com essas relações, através de desafios numéricos que lhes sejam colocados.

1. Usando apenas a multiplicação e divisão, qual a maneira mais económica de conseguir:
 - Partindo do número 1, obter 0.25? e 0.125? e 0.75?
 - Partindo do número 1, obter 0.2? e 0.4?
 - Partindo do número 10, obter 5? E 0.5? e 0.05?

Estimar o resultado da multiplicação por números maiores e menores do que 1

O jogo do intervalo permite desenvolver a sensibilidade dos alunos para o efeito da multiplicação com números maiores ou menores que 1. Além disso, exige o desenvolvimento da capacidade de realizar estimativas bastante apuradas dos produtos.

Trata-se de um jogo de dois jogadores, que jogam com uma única máquina de calcular. O jogador A escolhe um intervalo entre dois números inteiros e um número de partida. O jogador B

multiplica esse número por um outro à sua escolha, tentando que o produto se situe no interior do intervalo. Caso não consiga, o jogador A tenta a sua sorte, seguindo as mesmas regras. Os jogadores vão alternando as jogadas até que um deles consiga “acertar” no intervalo escolhido.

Exemplo - Número de partida: 37; intervalo [284, 301].

	Nº por que multiplica o anterior	Nº que surge na calculadora
Jogador A		37
Jogador B	x 9	333
Jogador A	x 0,8	266.4
Jogador B	x 1,2	319.68
Jogador A	x 0,9	287.712

O jogo pode ser adaptado para diferentes anos de escolaridade, quer variando os números com que se joga, quer variando as operações.

1. Jogue o jogo do intervalo com o seu par, fazendo variar o número de partida e os intervalos — e experimente reduzir gradualmente a amplitude do intervalo. Sugestões:
 - Número de partida: 23; Intervalo: [140, 145]
 - Número de partida: 99; Intervalo: [2,3]
 - Número de partida: 151; Intervalo: [149, 150]

III. Estimular o cálculo mental

Contrariamente ao que afirma o senso comum menos informado, a calculadora, ao invés de perturbar a capacidade de cálculo numérico dos alunos, pode servir para o desenvolver, nomeadamente no que diz respeito ao cálculo mental. Muitas tarefas a ser realizadas com a calculadora fazem apelo ao cálculo mental, em particular quando envolvem estimativas, mas os alunos podem ser também confrontados com desafios especificamente pensados para desenvolver a capacidade de cálculo.

1. O número 3 é o número de partida. Usando a calculadora, experimente se consegue, em cada caso, usando o menor número de passos, chegar ao 50...
 - Sem usar adição.
 - Apenas com três adições.
 - Utilizando somente a multiplicação e a subtração.
 - Utilizando somente a multiplicação e a divisão.
 - Só com divisão.

2. Qual é o menor número de passos que consegue fazer, usando duas operações, para:

- Partindo de 5, obter 95?
- Partindo de 36, obter 140?
- Partindo de 1111, obter 111?

3. Os algarismos 5, 6, 7, 8 e 9, podem compor-se de várias formas de modo a obter dois números (por exemplo, 9 e 7568). Partindo destes algarismos, descubra quais os dois números que permitem obter o maior produto.

IV. Resolver problemas

A resolução de problemas que envolvem vários cálculos ou que utilizam dados da realidade, muitas vezes números não inteiros e com ordens de grandeza pouco familiares aos alunos, beneficiam da utilização da calculadora. A atenção dos alunos pode centrar-se na organização dos dados e na definição da estratégia a seguir, que inclui a forma como vão usar os números na calculadora. É importante que os alunos sejam solicitados a avançar com estimativas para os cálculos que vão fazendo, e que testem a sua razoabilidade e significado no contexto do problema.

1. Há muito que se sabe que o tabaco prejudica a saúde, do fumador e dos que com ele convivem. Para além dos problemas que provoca no ambiente e na saúde, o tabaco consome também muito dinheiro aos que fumam, estando a tornar-se num vício cada vez mais caro de sustentar.
 - Calcule quanto gasta um fumador que consome um maço e meio de tabaco por dia.
 - E quanto gasta esse fumador por ano? E em três anos? E em dez?
 - Que tipo de presente é que o fumador poderia oferecer a si mesmo se juntasse todo o dinheiro que gastará em tabaco se fumar durante 30 anos?
 - Uma notícia de jornal afirmava que cada cigarro que se fuma corresponde a menos cinco minutos de vida. Quanto tempo de vida perde um fumador num ano? E em três anos? E se fumar durante vinte anos?
2. Com certeza sabe quantos anos tem. Mas já pensou em quantos dias já viveu desde que nasceu? E quantas horas? E quantos minutos? E quantos segundos?
3. A Carolina recebeu um hamster no Natal. O pai não ficou muito entusiasmado com novo animal de estimação e disse à Carolina que só poderia ficar com ele se se encarregasse da sua higiene e se assegurasse as despesas com a sua manutenção. A Carolina foi então ao supermercado para se aperceber dos preços dos produtos. Encontrou pacotes de comida a 2,70 euros, pacotes de ninho a 4,80 euros e embalagens de serradura a 5,50 euros. O hamster consome cerca de 2 pacotes e meio de comida por mês, e gasta um pacote de ninho de dois em dois meses. A embalagem de serradura dura praticamente dois anos! Quanto irá gastar a Carolina por mês para manter o seu hamster? E por ano?

V. Investigar regularidades numéricas

A observação de regularidades, o estabelecimento de conjecturas e sua prova são actividades matemáticas fundamentais que podem ser muito facilitadas pelo recurso à calculadora. Neste caso, esta serve como fonte geradora de dados a observar, e como teste de conjecturas formuladas, podendo também apoiar a descoberta do porquê de determinadas regularidades numéricas. Mais uma vez é fundamental que o registo escrito organizado seja realizado pelo aluno para que as regularidades em estudo possam ser apercebidas.

1. Investigue como são os números decimais que obtém quando divide os números naturais...

- Pelo divisor 9. Faça algumas experiências com números consecutivos (por exemplo, de 1 a 12) e observe a parte decimal que obtém. Encontra alguma regularidade? Consegue generalizar? E se o divisor for 99? ...
- Experimente agora com o divisor 11. O que observa?

2. Usando a calculadora, transforme em número decimal as fracções seguintes: $1/7$; $2/7$; $3/7$; $4/7$; $5/7$; $6/7$

- Nota algo especial nos seis primeiros algarismos da parte decimal dos números que obteve?
- É capaz de prever uma regra que permita prever o resultado da divisão de qualquer número por sete?

Bibliografia Recomendada

- Ponte, J. P., e Canavarro, A. P. (1997). *Matemática e novas tecnologias*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Ponte, J. P. (1989). A calculadora e o processo de ensino-aprendizagem. *Revista Educação e Matemática*, 11, 1-2.
- Reys, B. J. (1989). A calculadora como uma ferramenta para o ensino e a aprendizagem. *Revista Educação e Matemática*, 11, 19-21.
- Ribeiro, R. (1997). Algumas reflexões sobre a utilização da calculadora no 1º ciclo. *Revista Educação e Matemática*, 45, 23-25.
- Silva, A. (1989). Calculadoras na Educação Matemática Contributos para uma reflexão. *Revista Educação e Matemática*, 11, 19-21.
- Silva, A., Loureiro, C., e Veloso, G. (1998). *Calculadoras na educação matemática: Actividades*. Lisboa: APM.
- Silveira, B. (2004). A calculadora no 1º e 2º ciclos. *Educação e Matemática*, 77.