

Visita de estudo e distribuição de baguetes* (I)

1. O episódio a seguir apresentado passa-se numa turma de 5º ano de escolaridade em que os alunos tiveram apenas uma iniciação sumária ao estudo de fracções. Analise-o e imagine possíveis reacções dos alunos e eventuais justificações relativamente ao facto da distribuição descrita ter sido, ou não, justa.

Episódio: o problema da distribuição de baguetes

Numa turma de 5º ano, a professora relatou aos seus alunos uma situação que tinha ocorrido no ano lectivo anterior com uma das suas turmas em que leccionava Ciências da Natureza e Matemática:

No ano passado, uma das minhas turmas desenvolveu um projecto que era muito abrangente, com várias disciplinas, sobre o ambiente. Num dia, fomos numa visita de estudo a Lisboa para pesquisar dados diversos. A turma dividiu-se em quatro grupos e cada um foi com um professor. Cinco alunos foram para o Planetário, quatro foram para o Centro de Ciência Viva, cinco foram para o Museu de Arte Moderna e, por último, oito alunos foram para a Biblioteca Nacional. A empregada do bar da escola preparou-lhes baguetes para o lanche, e distribuiu-as por quatro sacos do seguinte modo: deu três baguetes aos quatro alunos que foram para o Centro de Ciência Viva e quatro aos cinco que foram ao Museu de Arte Moderna; os oito que foram à Biblioteca ficaram com sete baguetes, e as três restantes deu-as aos cinco alunos do Planetário.

A professora, à medida que ia falando, ia afixando no quadro uma folha de papel de cenário para cada um dos actuais grupos de alunos onde estavam representadas as respectivas baguetes. E prosseguiu falando para a turma:

Na aula seguinte, conversámos sobre como tinham corrido as visitas de estudo. E alguns dos meus alunos queixaram-se de que a distribuição das baguetes não tinha sido justa, pois alguns tinham tido mais comida do que outros. O que pensam disto? Será que tinham razão? Eu não tenho a certeza... É porque se tiverem razão.... Naquelas circunstâncias, quantas baguetes se deveriam ter dado a cada grupo para que a distribuição fosse justa?

2. Suponha que após alguma discussão, a professora diz aos alunos para assumirem que as baguetes são repartidas igualmente dentro de cada um dos grupos das visitas de estudo. Em seguida, pede-lhes para investigarem, em grupo, as seguintes questões que escreve no quadro:

1. O que é que cada aluno deve comer no seio do seu próprio grupo?
2. Qual o grupo em que cada um dos alunos teria mais quantidade de comida?

Imagine e registe possíveis resoluções dos alunos.

*Adaptado de ESE de Setúbal

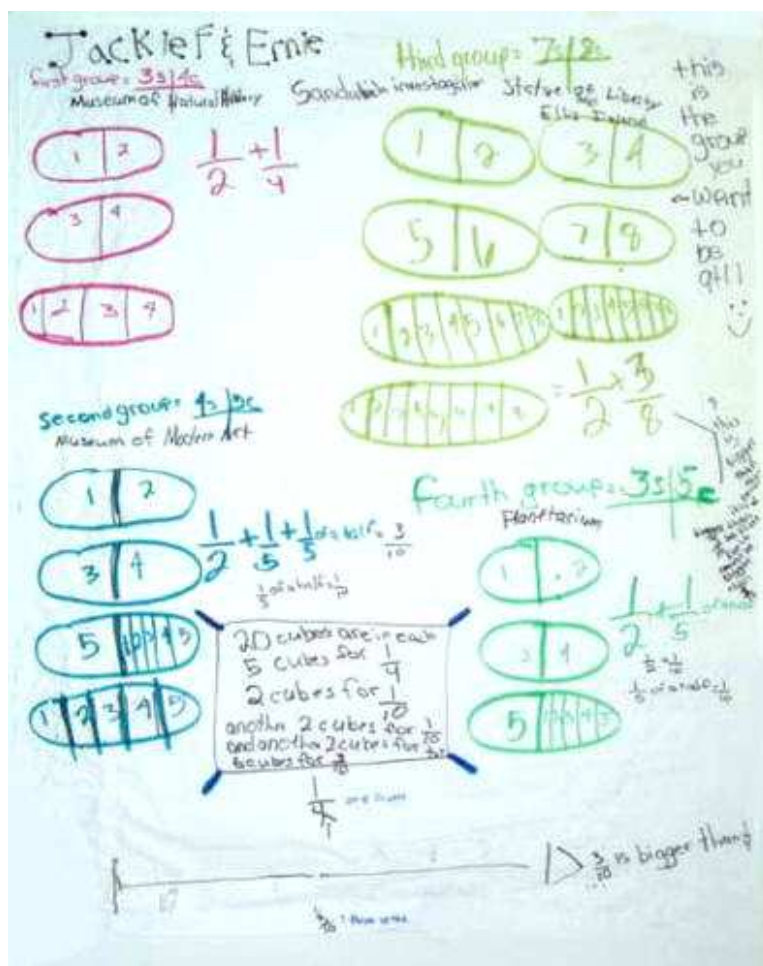
Visita de estudo e distribuição de baguetes (II)

Análise de produções dos alunos

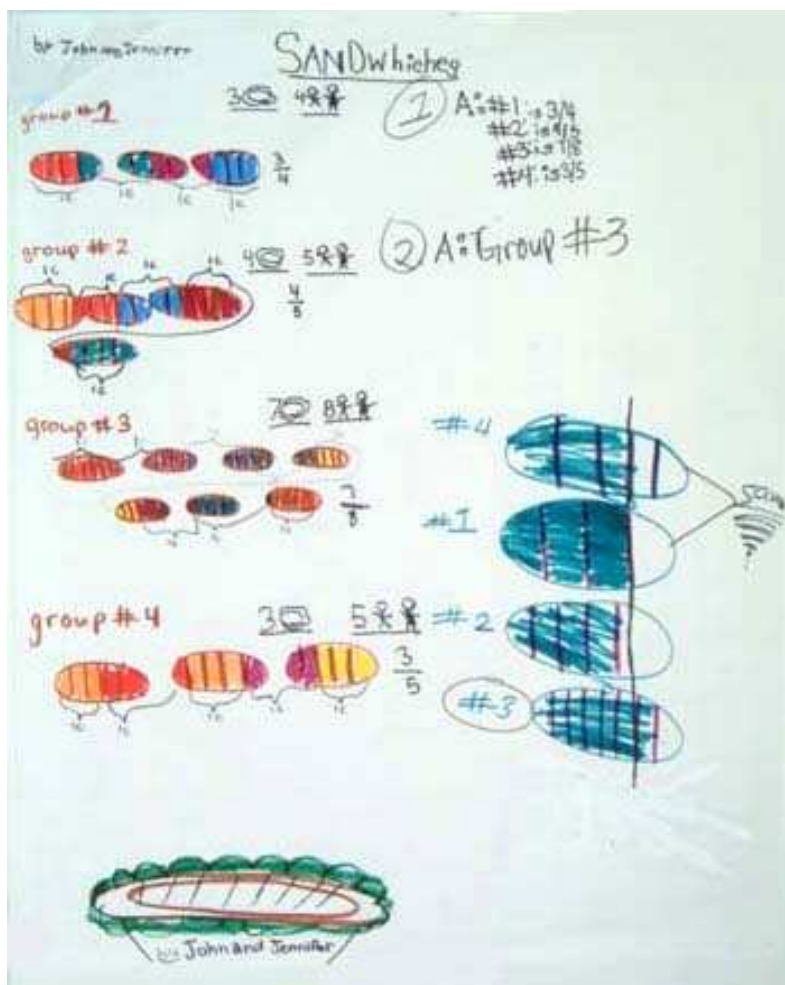
Analise os cartazes elaborados pelos dois pares de alunos John & Jeniffer e Jackie & Ernie com o objectivo de apresentarem à turma as suas estratégias de resolução para o problema da distribuição de baguetes.

1. Identifique as estratégias utilizadas por cada par de alunos e possíveis raciocínios.
2. Identifique ideias importantes presentes na compreensão de fracções que poderão emergir da exploração desta tarefa.
3. Discuta a natureza da situação descrita no episódio, contrastando-a com outro tipo de tarefas.

Cartaz de Jackie & Ernie



Cartaz de John & Jeniffer



Estratégia de Jackie e Ernie (usada pela maior parte dos alunos) – fracções unitárias

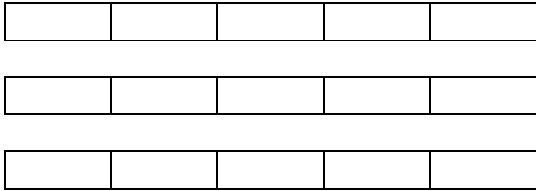
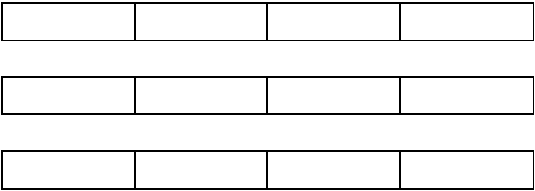
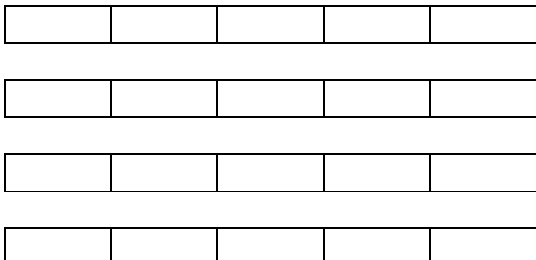
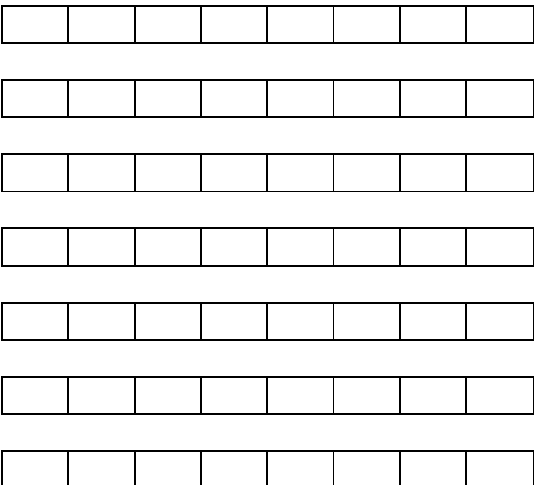
<p>Planetário – 3 baguetes e 5 alunos</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin-bottom: 5px;"> <tr><td style="width: 50%; text-align: center;">1</td><td style="width: 50%; text-align: center;">2</td></tr> </table> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin-bottom: 5px;"> <tr><td style="width: 50%; text-align: center;">3</td><td style="width: 50%; text-align: center;">4</td></tr> </table> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin-bottom: 5px;"> <tr><td style="width: 20%; text-align: center;">5</td><td style="width: 5%; text-align: center;">1</td><td style="width: 5%; text-align: center;">2</td><td style="width: 5%; text-align: center;">3</td><td style="width: 5%; text-align: center;">4</td><td style="width: 5%; text-align: center;">5</td></tr> </table> <p>$\frac{1}{2} + \frac{1}{5}$ de uma metade</p> <p>$\frac{1}{5}$ de uma metade = $\frac{1}{10}$</p> <p>$\frac{1}{2} + \frac{1}{10}$</p>	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	<p>Centro de Ciência Viva – 3 baguetes e 4 alunos</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin-bottom: 5px;"> <tr><td style="width: 50%; text-align: center;">1</td><td style="width: 50%; text-align: center;">2</td></tr> </table> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin-bottom: 5px;"> <tr><td style="width: 50%; text-align: center;">3</td><td style="width: 50%; text-align: center;">4</td></tr> </table> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin-bottom: 5px;"> <tr><td style="width: 25%; text-align: center;">1</td><td style="width: 25%; text-align: center;">2</td><td style="width: 25%; text-align: center;">3</td><td style="width: 25%; text-align: center;">4</td></tr> </table> <p>$\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$</p>	1	2	3	4	1	2	3	4
1	2																		
3	4																		
5	1	2	3	4	5														
1	2																		
3	4																		
1	2	3	4																

<p>Museu de Arte Moderna – 4 baguetes e 5 alunos</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin-bottom: 5px;"> <tr><td style="width: 50%; text-align: center;">1</td><td style="width: 50%; text-align: center;">2</td></tr> </table> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin-bottom: 5px;"> <tr><td style="width: 50%; text-align: center;">3</td><td style="width: 50%; text-align: center;">4</td></tr> </table> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin-bottom: 5px;"> <tr><td style="width: 20%; text-align: center;">5</td><td style="width: 5%; text-align: center;">1</td><td style="width: 5%; text-align: center;">2</td><td style="width: 5%; text-align: center;">3</td><td style="width: 5%; text-align: center;">4</td><td style="width: 5%; text-align: center;">5</td></tr> </table> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin-bottom: 5px;"> <tr><td style="width: 20%; text-align: center;">1</td><td style="width: 15%; text-align: center;">2</td><td style="width: 15%; text-align: center;">3</td><td style="width: 15%; text-align: center;">4</td><td style="width: 15%; text-align: center;">5</td></tr> </table> <p>$\frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5}$ de uma metade</p> <p>$\frac{1}{5}$ de uma metade = $\frac{1}{10}$</p> <p>$\frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{10}$</p> <p>$\frac{1}{2} + \frac{3}{10}$</p>	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	<p>Biblioteca Nacional – 7 baguetes e 8 alunos</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin-bottom: 5px;"> <tr><td style="width: 50%; text-align: center;">1</td><td style="width: 50%; text-align: center;">2</td></tr> </table> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin-bottom: 5px;"> <tr><td style="width: 50%; text-align: center;">3</td><td style="width: 50%; text-align: center;">4</td></tr> </table> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin-bottom: 5px;"> <tr><td style="width: 50%; text-align: center;">5</td><td style="width: 50%; text-align: center;">6</td></tr> </table> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin-bottom: 5px;"> <tr><td style="width: 50%; text-align: center;">7</td><td style="width: 50%; text-align: center;">8</td></tr> </table> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin-bottom: 5px;"> <tr><td style="width: 25%; text-align: center;">1</td><td style="width: 25%; text-align: center;">2</td><td style="width: 25%; text-align: center;">3</td><td style="width: 25%; text-align: center;">4</td></tr> </table> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin-bottom: 5px;"> <tr><td style="width: 25%; text-align: center;">5</td><td style="width: 25%; text-align: center;">6</td><td style="width: 25%; text-align: center;">7</td><td style="width: 25%; text-align: center;">8</td></tr> </table> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin-bottom: 5px;"> <tr><td style="width: 12.5%; text-align: center;">1</td><td style="width: 12.5%; text-align: center;">2</td><td style="width: 12.5%; text-align: center;">3</td><td style="width: 12.5%; text-align: center;">4</td><td style="width: 12.5%; text-align: center;">5</td><td style="width: 12.5%; text-align: center;">6</td><td style="width: 12.5%; text-align: center;">7</td><td style="width: 12.5%; text-align: center;">8</td></tr> </table> <p>$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$</p> <p>$\frac{1}{2} + \frac{3}{8}$</p>	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8
1	2																																							
3	4																																							
5	1	2	3	4	5																																			
1	2	3	4	5																																				
1	2																																							
3	4																																							
5	6																																							
7	8																																							
1	2	3	4																																					
5	6	7	8																																					
1	2	3	4	5	6	7	8																																	

Para comparar, usaram 20 cubos de encaixe para representar a baguete – primeira tentativa de gerar fracções comuns—**estratégia para a equivalência**.

Mas depararam-se com a dificuldade de 20 não ser múltiplo de 8. Então, voltaram ao desenho e com os dedos verificaram que $\frac{2}{8}$ faziam $\frac{1}{4}$. E concluíram “os oitavos são maiores que os décimos. . . o grupo da Biblioteca Nacional foi onde cada um comeu mais e o do Planetário onde se comeu menos”.

Estratégia do grupo de Jennifer e John – fracções comuns

<p>Planetário – 3 baguetes e 5 alunos</p>  <p>$\frac{3}{5}$ de uma baguete para cada um porque é $3 \times \frac{1}{5}$</p>	<p>Centro de Ciência Viva – 3 baguetes e 4 alunos</p>  <p>$\frac{3}{4}$ de uma baguete para cada um porque é $3 \times \frac{1}{4}$</p>
<p>Museu de Arte Moderna – 4 baguetes e 5 alunos</p>  <p>$\frac{4}{5}$ de uma baguete para cada um porque é $4 \times \frac{1}{5}$</p>	<p>Biblioteca Nacional – 7 baguetes e 8 alunos</p>  <p>$\frac{7}{8}$ de uma baguete para cada um porque é $7 \times \frac{1}{8}$</p>

Na partilha com toda a turma, os alunos verificaram que o que cada um come é sempre o número de baguetes a dividir pelo número de pessoas.

Visita de estudo e distribuição de baguetes (III)

Diálogos de sala de aula¹

Com alterações de pormenor, a tarefa *Visitas de estudo e distribuição de baguetes* foi explorada pela professora Carol que lecciona 4ºs e 5ºs anos de escolaridade. Apresenta-se, em seguida, o modo como, depois de ter constatado a existência de discordância quanto à distribuição das baguetes ter sido, ou não, justa, propôs aos alunos que investigassem as questões constantes no documento *Parte I – Episódio* e diálogos que ocorreram nos grupos de Jackie e Ernie e de Jennifer e John.

Carol: Bem, vamos ver um pouco melhor. Vamos investigar um pouco mais, provar as vossas ideias. Depois teremos o *Congresso matemático* em que trabalharemos um pouco mais. Podem usar os materiais que quiserem ou fazer desenhos que vos ajudem a provar os vossos raciocínios. Partilharemos estes raciocínios quando todos sentirem que houve tempo bastante para trabalharem na tarefa.

O grupo de Jackie e Ernie

Jackie: Aqui há três baguetes para quatro alunos e por isso cortámos duas baguetes em metades e a última em quartos. Assim toda a gente do grupo tem metade mais um quarto.

Ernie (explicando o trabalho para o caso da Biblioteca Nacional): Aqui fizemos o mesmo. Veja (dirigindo-se à professora): Primeiro demos a cada pessoa metade de uma baguete. São quatro baguetes. Depois, cortámos uma baguete em oitavos e a outra em quartos.

Carol: Então com quanto fica cada pessoa desse grupo?

Aluno: Com uma metade mais um oitavo mais um quarto.

Carol: E vão continuar com o mesmo processo para os grupos do Planetário e do Museu de Arte Moderna?

Jackie e Ernie acenam afirmativamente.

(...)

Jackie e Ernie desenharam quatro baguetes e estão a procurar decidir como as partilhar de modo justo entre os cinco alunos que foram para o Museu de Arte Moderna.

Jackie: Primeiro vamos dar a todos metade. Sobra uma baguete e meia.

Ernie: Vamos pegar na baguete inteira e cortá-la em quintos (à medida que fala vai desenhando quatro linhas na baguete de modo a obter cinco partes iguais).

Jackie: Ok. Agora cada aluno tem uma metade e um quinto e agora temos que cortar a outra metade em quintos. Então é uma metade mais um quinto mais... um quinto? Não pode ser... são fatias (aponta para os pequenos pedaços que resultaram de cortar em quintos a meia baguete). Estas fatias são só cerca de metade daqueles quintos. Como é que vamos chamar às fatias?

¹ Adaptado de Fosnot, C. & Dolk, M. (2002). *Young mathematicians at work: Constructing fractions, decimals and percents*. Portsmouth: Heinemann.

Ernie: Tens razão. Dois destes quintos (aponta para as fatias) são mais ou menos iguais a um destes quintos. Parece metade de um quinto. Mas o que é isto?

Jackie: Sabemos que é um quinto de metade da baguete...

Ernie: Mas, olha, também é metade de um quinto...

Jackie: Bem, se é metade de um quinto, então deve ser um décimo...

Ernie (reflectindo sobre a sugestão do colega): Oh, pois é... Olha: Se esta metade é cortada em quintos para dar as fatias, então a outra metade também o pode ser. Tens razão. Há dez pedaços na baguete toda. Então um quinto de metade é um décimo.

Jackie: Assim é fácil para o grupo do Planetário. Toda a gente tem metade e depois um décimo. Agora só nos falta comparar isto!

(...)

Jackie: Toda a gente em cada grupo tem uma metade. Podemos eliminar isso.

Ernie (terminando o pensamento do colega): Então só temos que comparar o que resta. Temos um quarto para o grupo do Centro de Ciência Viva, um quinto mais um décimo para o grupo do Museu de Arte Moderna, um quarto mais um oitavo para o grupo da Biblioteca Nacional e um décimo para o grupo do Planetário.

Jackie: O grupo da Biblioteca Nacional tem mais um oitavo do que o grupo do Centro de Ciência Viva.

Ernie: E o grupo do Museu de Arte Moderna tem mais um quinto do que o grupo do Planetário. Mas como é que vamos comparar os outros? (Pega em cubos de encaixe) Tive uma ideia! Que número será bom para usar? (reflecte durante alguns instantes e clarifica o seu pensamento para o colega) Estou a tentar pensar num número que possamos usar para construir as baguetes, um número em que cinco, quatro e dez caibam dentro...

Jackie: Que tal 20?

Ernie: Boa ideia (conta 20 cubos e encaixando-os constrói uma coluna para representar a baguete). Okay. Então um quarto são 5 cubos, o quinto é o mesmo que dois décimos... e mais um décimo, são três décimos.

Jackie (continuando): Dez vezes dois é 20, então, dois, quatro, seis... três décimos é o mesmo que seis vigésimos. É mais do que cinco vigésimos.

Os oitavos, de início, deixam os alunos sem saber muito bem o que fazer, pois não se “encaixam” no 20. No entanto, Ernie, debruça-se de novo sobre a construção e apontando para cada oitavo diz:

Ernie: Dois destes fazem um quarto. Então o grupo da Biblioteca nacional teve três oitavos.

Jackie, muito entusiasmado, termina a comparação: Oitavos são maiores que décimos. Estamos a comparar três oitavos com três décimos. Se cortarmos uma baguete em décimos, os pedaços são mais pequenos do que se a cortarmos em oitavos. Em cima está sempre três (referindo-se aos numeradores), e então o grupo da Biblioteca Nacional é o que tem mais – três oitavos de uma baguete!

Ernie: E mais a metade. E o grupo do Planetário é o que tem menos. Um décimo é mais pequeno porque se dividirmos uma baguete em quartos ou quintos ou décimos... quanto mais pedaços tivermos mais pequeno é cada pedaço! E os do Planetário só tiveram metade e mais um décimo!

O grupo de Jennifer e John

Estes dois alunos usaram uma estratégia que alguns outros também usaram para a partilha das baguetes no interior de grupos com quatro alunos: dividiram cada baguete em quatro partes e depois juntaram todas as partes que cabiam a cada aluno. A diferença é que Jennifer e John usaram esta estratégia de uma forma consistente e para todos os grupos.

Jennifer (falando para a professora): Cortámos cada baguete em tantas partes quantas as pessoas. Veja. Três baguetes para quatro pessoas são três quartos e quatro baguetes para cinco pessoas são quatro quintos.

Carol: Mostrem-me como obtiveram três quartos para cada aluno.

John: Então, é um quarto de cada baguete e aqui há três baguetes.

Carol: E isso funciona sempre? Uau! Que processo tão rápido... No Congresso Matemático são capazes de provar que esse procedimento funciona sempre — que o número de baguetes dividido pelo número de pessoas é a quantidade que cada um comerá?

Os alunos acenam entusiasmados e começam a procurar um modo de provar o seu raciocínio aos colegas.

Mais tarde, durante o Congresso Matemático, a professora procura usar a discussão que ocorre para ajudar toda a turma a construir pontes entre a estratégia baseada no uso de fracções unitárias e a utilização de fracções comuns.

Carol: John e Jennifer, a vossa estratégia é bastante diferente das apresentadas. Querem partilhá-la a seguir?

Os alunos descrevem como cortaram cada baguete num número de partes que correspondia ao número de pessoas de cada grupo da visita de estudo. Depois mostraram como cada pedaço vezes o número de baguetes dava a quantidade de comida que cabia a cada pessoa. Um colega, Jackie, notou a relação mesmo antes de John e Jennifer terminarem:

Jackie: Hey! As respostas deles são as mesmas que os números que estão no problema. É apenas o número de baguetes dividido pelo número de pessoas!

Outro aluno: Oh! Uauh!

Outro aluno: Tão estranho!

Carol: Será que isto funciona sempre? Porque é que isto acontece?

Jackie: Doze baguetes partilhadas por quatro pessoas é doze a dividir por quatro que é igual a 3. Quatro baguetes partilhadas por doze pessoas é quatro a dividir por doze. É um doze avos, quatro vezes!